Солнечный ветер: коррекция гидродинамической модели с учетом фактора влияния магнитного поля.

Ершков С.В.

Настоящая работа продолжает цикл исследований природы Времени о взрывном характере эволюционных преобразований (*Риккатиевого типа*), с точки зрения концепции *операционной автомодельности* [1-2]. Исследовано явление, которое получило наименование «солнечный ветер».

Аналитическая справка [3]:

Солнечный ветер – это поток полностью ионизованного водородного газа (*квазинейтральной плазмы, с примерно равным количеством электронов/протонов в потоке*), который с ускорением движется от Солнца; Е.Паркер теоретически предсказал это явление в 1957 г. [3].

В районе орбиты Земли - *1 а.е. от Солнца* - скорость солнечного ветра достигает среднего значения $V \approx$ 400-500 км/сек, при температуре протонов $T \approx$ 100 000 К и несколько большей температуре электронов. При таких температурах скорость существенно превосходит звуковой барьер, т.е. поток солнечного ветра в районе орбиты Земли является сверхзвуковым. Измеренная концентрация протонов/электронов при этом достаточно мала и составляет величину n ≈ 10–20 частиц/куб.см. Кроме протонов и электронов, в межпланетном космическом пространстве были обнаружены альфа-частицы (*несколько % от концентрации протонов*), небольшое количество более тяжелых частиц, *а также межпланетное магнитное поле*, средняя величина индукции которого оказалась на орбите Земли ~ нескольких гамм ($1\gamma = 10^{-5}$ гаусс).

Показано, что при коррекции гидродинамической модели Солнечного ветра Паркера с учетом фактора влияния *локального магнитного поля* на структуру потока, уравнение движения редуцируется к уравнению Абеля [4] (*с ограниченной областью существования непрерывного решения*).

А это означает что скорость потока плазмы в определенный момент времени может *внезапно* измениться: тем самым, при распространении Солнечного ветра в ближнем космосе реализуются решения в виде *ударных волн* (*а также тангенциальных и контактных разрывов* [5-6]).

При этом в случае отсутствия магнитного поля ($H \equiv 0$), полученное решение редуцируется к уравнению Бернулли, в соответствии с моделью Е.Паркера.

Е.Паркер предположил, что солнечная корона не может находиться в гидростатическом равновесии, а должна непрерывно расширяться в окружающую Солнце межпланетную среду, т.е. радиальная скорость V солнечной короны не равна нулю. При этом вместо уравнения гидростатического равновесия (*сила гравитационного притяжения уравновешивается силой, связанной с градиентом давления в атмосфере Солнца на расстоянии r от центра*), он предложил использовать гидродинамическое уравнение движения вида:

$$\rho V \frac{dV}{dr} = -\frac{dp}{dr} - \rho \frac{GM_{\oplus}}{r^2}$$

- где $M_{\oplus}$ – масса Солнца, G – гравитационная постоянная, p и ρ – давление и массовая плотность на некотором расстоянии r от центра Солнца. Указанное уравнение при учете уравнения неразрывности и уравнения состояния сводится к уравнению типа Бернулли [3].

Полная система уравнений нерелятивистской магнитной гидродинамики проводящей жидкости имеет вид [7]:

$$\begin{cases} \rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v},\nabla)\vec{v} = -\nabla p - \frac{1}{4\pi}[\vec{H}\mathrm{rot}\vec{H}] + \eta\Delta\vec{v} + \left(\frac{1}{3}\eta + \zeta\right)\nabla\mathrm{div}\vec{v} \\ p = p(\rho) \\ \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\rho\vec{v} = 0 \\ \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sigma}\frac{c^2}{4\pi}\mathrm{rot}\left[\nabla\times\vec{H}\right] + \mathrm{rot}\left[\vec{v}\times\vec{H}\right] \\ \nabla\cdot\vec{H} = 0 \end{cases}$$

Здесь p - давление в среде, ρ - плотность, σ - проводимость жидкости, η - сдвиговая вязкость, ζ - вторая вязкость (объемная вязкость), $\vec{v}$ — поле скоростей её элементов, $\vec{H}$ — напряжённость магнитного поля.

Эта система содержит *8 уравнений* и позволяет определить *8 неизвестных* $p, \rho, \vec{H}, \vec{v}$ при наличии заданных начальных и граничных условий: при интегрировании уравнений необходимо использовать соответствующие граничные условия; исключение составляют лишь струйные течения (*течения со свободной границей* [8-9]).

Далее будем рассматривать случай *стационарного* ($\partial/\partial\, t = 0$), *бездиссипативного* ($\eta = \zeta = 0$) приближения при моделировании Солнечного ветра - аналог модели Паркера, но при учете фактора влияния магнитного поля.

Мы знаем что по правилам вычисления ротации ($\sigma \neq 0$):

$$\operatorname{rot}\left[\frac{4\pi\sigma}{c^2}\vec{v}\times\vec{H}\right] = \frac{4\pi\sigma}{c^2}\operatorname{rot}\left[\vec{v}\times\vec{H}\right] + \left[\operatorname{grad}\left(\frac{4\pi\sigma}{c^2}\right)\times\vec{v}\times\vec{H}\right].$$

Из 4-ого векторного уравнения системы выше (*в приближении стационарности*) получаем:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi\sigma}{c^2}\operatorname{rot}\left[\vec{v}\times\vec{H}\right],$$

- а это означает что при σ = *const* константу в правой части можно внести под знак ротации:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi\sigma}{c^2}\left[\vec{v}\times\vec{H}\right].$$

Отсюда непосредственно следует равенство (*по определению “двойного векторного произведения”*):

$$\frac{1}{4\pi}\left[\vec{H}\times\operatorname{rot}\vec{H}\right] = \frac{\sigma}{c^2}\{\vec{v}\cdot H^2 - \vec{H}(\vec{H}\cdot\vec{v})\}.$$

Тогда при условии *сферической симметрии* потока плазмы Солнечного ветра, движущегося в поле силы тяжести и *локальном* магнитном поле, первое из системы уравнений выше может быть записано в более простом виде:

$$u\frac{du}{dr} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} - \frac{\sigma}{c^2}\{u\cdot H^2 - \left|\vec{H}\right|\cdot H_r\cos\theta\cdot u\} - \frac{GM_\oplus}{r^2},$$

- здесь θ – угол между направлением магнитного поля и полем скорости в данной точке (*по маршевому, радиальному направлению потока*).

Уравнение неразрывности (*3-е уравнение системы выше*) мы принципиально исключим из дальнейших построений, поскольку многочисленные экперименты и исследования показали что при распространении Солнечного ветра в ближнем космосе реализуются решения, имеющие характер *ударных волн* (*а также тангенциальных и контактных разрывов* [5]).

Как известно, на фронте ударной волны уравнение неразрывности заменяется *соотношениями Гюгонио* (*см. адиабата Гюгонио* [6]).

Таким образом, мы ищем решение *принципиально* не являющееся непрерывным, т.е. в данном случае уравнение неразрывности (среды) попросту неприменимо ко всему непрерывному спектру значений аргумента *r* (*ограниченная область существования непрерывного решения*).

Кроме того, многочисленные измерения и эксперименты показали что плотность плазмы Солнечного ветра убывает при удалении от Солнца в соответствии с законом обратных квадратов: $\rho(r) \sim 1/r^2$; используя этот экспериментальный факт [3], а также учитывая уравнение состояния в виде:

$$p(r) = p_0\,(\rho(r)/\rho_0)^\alpha,$$

- где α – показатель политропы, $1 \le \alpha \le 5/3$, первое из системы уравнений выше может быть преобразовано к следующему виду:

$$u\frac{du}{dr} = -\frac{1}{\rho}\frac{d\{p_0(\rho(r)/\rho_0)^\alpha\}}{dr} - \frac{\sigma}{c^2}\{u\cdot H^2 - |\vec{H}|\cdot H_r\cos\theta\cdot u\} - \frac{GM_\oplus}{r^2},$$

- или

$$u\frac{du}{dr} = -\{p_0/\rho_0^{\ \alpha}\}\,\rho(r)^{\alpha-2}\frac{d\rho(r)}{dr} - \frac{\sigma}{c^2}\{u\cdot H^2 - |\vec{H}|\cdot H_r\cos\theta\cdot u\} - \frac{GM_\oplus}{r^2},$$

$$u\frac{du}{dr} = -u\cdot\left(\frac{\sigma}{c^2}\cdot H^2\{1 - \frac{H_r}{|\vec{H}|}\cos\theta\}\right) + \frac{2(p_0/\rho_0^{\ \alpha})}{r^{2\alpha-1}} - \frac{GM_\oplus}{r^2}.$$

Сделаем замену переменных $y(r) = 1/u(r)$:

$$u(r) = 1/y(r), \quad du(r) = -1/y^2(r)\,dy(r)\,, \;\Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dr} = \left\{\frac{GM_{\oplus}}{r^2} - \frac{2(p_0/\rho_0{}^{\alpha})}{r^{2\alpha-1}}\right\}\cdot y^3 + \left(\frac{\sigma}{c^2}\cdot H^2\{1 - \frac{H_r}{|\vec{H}|}\cos\theta\}\right)\cdot y^2$$

Последнее уравнение является уравнением Абеля (*обобщением уравнений типа Риккати* [4]), с ограниченной областью существования непрерывного решения [8-9]. Это означает что при некотором r = r0 может произойти внезапное *неограниченное* нарастание градиентов скоростей потока плазмы Солнечного ветра, т.н. *градиентная катастрофа* [2], [10-16].

Именно так происходит выброс протуберанца из короны Солнца (*подобный механизм мы наблюдаем в природе*), таким же образом формируются ударные волны/контактные разрывы при движении потоков плазмы Солнечного ветра *в межпланетном* магнитном поле; при контакте Солнечного ветра с магнитным полем планеты, описанный выше механизм *неограниченного* нарастания градиентов скоростей потока многократно усиливается.

Из теории ОДУ [4] известно что уравнение Абеля может быть преобразовано в уравнение Бернулли – *решение Паркера* – в том случае если коэффициент в правой части уравнения при y^2 равен нулю (*σ ≠0*):

$$\frac{dy(r)}{dr} = \left\{\frac{GM_{\oplus}}{r^2} - \frac{2(p_0/\rho_0{}^{\alpha})}{r^{2\alpha-1}}\right\}\cdot y^3 + \left(\frac{\sigma}{c^2}\cdot H^2\{1 - \frac{H_r}{|\vec{H}|}\cos\theta\}\right)\cdot y^2$$

$$\frac{\sigma}{c^2}\cdot H^2\{1 - \frac{H_r}{|\vec{H}|}\cos\theta\} = 0\,, \quad \Rightarrow \quad 1)\; H = 0\,, \;\; 2)\; \{1 - \frac{H_r}{|\vec{H}|}\cos\theta\} = 0\;\; .$$

Поскольку мы ищем решения с ненулевым локальным магнитным полем, эта возможность остается для углов ориентации локального магнитного поля относительно маршевого направления потока, удовлетворяющих следующему равенству:

$$\theta = \arccos\left(\frac{|\vec{H}|}{H_r}\right)\,,$$

- которое автоматически удовлетворяется в случае если магнитное поле направлено по маршевому направлению потока (*имеет только одну ненулевую компоненту,* H_r).

References:

1. Ершков С.В. Топологические аспекты динамического подобия в моделировании Времени // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_topologich/yershkov_topologich.htm).
2. Ершков С.В. Параметрическая коррекция представлений о характере эволюционных преобразований // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_parametricheskaya.pdf).
3. Parker E. // Astrophys. J., 1958, V. 128, № 3.

   http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/astronomiya/SOLNECHNI_VETER.html

   Баранов В.Б., Краснобаев К.В. *Гидродинамическая теория космической плазмы.* М., Наука, 1967.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука. 1971.
5. *Крайко А.Н.* Краткий курс теоретической газовой динамики. — М.: МФТИ, 2007. — С. 300. ru.wikipedia.org/.../Разрыв_(**газодинамика**)
6. *Крайко А.Н.* Краткий курс теоретической газовой динамики. — М.: МФТИ, 2007. — С. 300. ru.wikipedia.org/.../Ударная_**адиабата**
7. *Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М.* Электродинамика сплошных сред. — Издание 4-е, стереотипное. — М.: Физматлит, 2003. — 656 с. — («Теоретическая физика», том VIII). ru.wikipedia.org/.../Магнитогидродинамика
8. Ершков С. В., Щенников В. В. Об автомодельных решениях системы полных уравнений Навье-Стокса для случая осесимметричных закрученных течений вязкого сжимаемого газа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2001. Т. 41. № 7. С. 1117 – 1124.
9. Быркин А.П., Ершков С.В., Щенников В.В. Конически автомодельные решения уравнений Максвелла с кручением электро-магнитного поля // Материалы 3-его совещания по магнитной и плазменной аэродинамике в аэро-космических приложениях. М.: Институт высоких температур РАН. Апрель 2001. С.377–380.
10. Ершков С.В. Уравнение Шрёдингера // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_uravnenie.pdf).
11. Ершков С.В. Концепция операционной автомодельности в приложении к модели твёрдого тела // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_kontseptsia.pdf).
12. Ершков С.В. Операционная автомодельность: уравнение теплопроводности // МГУ (доклады семинара по темпорологии:

http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_operatsionnaya.pdf).
13. Ершков С.В. Фактор сопротивления среды в моделях эволюционной динамики // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_faktor.pdf).
14. Ершков С.В. Реологическое уравнение сыпучих сред при свободном скольжении // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_reologicheskoye.pdf).
15. Ершков С.В. Операционная автомодельность: ограниченная задача 3-тел // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_zada4a.pdf).
16. Ершков С.В. Астероидно-кометная опасность, нестабильность орбиты Луны и другие факторы, ограничивающие Время существования человеческой цивилизации // МГУ (доклады семинара по темпорологии: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/yershkov_zada4a.pdf).