

ПРЕДСВЕТ, ВРЕМЯ, МАТЕРИЯ

Владимир В.Кассандров

Институт гравитации и космологии; Российский университет дружбы народов; кафедра алгебраической структуры пространства-времени, алгебродинамики полей и частиц Web-Института исследований природы времени <http://www.chronos.msu.ru>; vkassan@rambler.ru

В "алгебродинамическом" подходе физические законы не постулируются, а являются следствиями единого первичного Принципа, имеющего абстрактную числовую природу и "кодирующего" структуру Вселенной. Феномен Времени тоже должен быть представлен в этом Коде. Исходной структурой в алгебродинамике служит исключительная алгебра бикватернионов. При этом физические поля рассматриваются как "аналитические" функции бикватернионного переменного, а частицы – как (ограниченные в 3-мерном пространстве) особые точки – сингулярности этих функций-полей; никаких принципов или уравнений, кроме условий бикватернионной "аналитичности", не постулируется. Возникающая картина Мира имеет глубокие связи с твисторной геометрией световых лучей Пенроуза и в качестве основных элементов содержит релятивистски-инвариантный "предсветовой" эфир и порождаемые потоком "Предсвета" в фокальных точках (каустиках) частицеподобные образования. Временная координата выделена динамически, поскольку для любого решения локально существует 4-мерное направление, вдоль которого первичное бикватернионное "эфирообразующее" поле постоянно. Поток Предсвета является также и Поток Времени, концепция которого оказывается в данном аспекте близкой к концепции Козырева. Здесь, однако, время не "взаимодействует" с материей, а предшествует ей и порождает ее; "скорость хода Времени" совпадает с единственной фундаментальной скоростью – скоростью света ("Предсвета"). Важную роль в теории играет комплексная структура алгебры бикватернионов, предопределяющая многозначный характер "эфирообразующего" поля и "тонкую" структуру первичного потока Времени-Предсвета как суперпозицию огромного числа локально независимых субпотоков. Комплексно-кватернионная структура предполагает также рассмотрение полного 8-мерного пространства-времени, динамика частиц-сингулярностей в котором оказывается неожиданно богатой. А именно, источником наиболее интересного класса решений служит совокупность точечных сингулярностей – фокусов предсветового потока – разделенных "нулевым" комплексным интервалом, принадлежащих одной и той же Мировой линии, имеющих одинаковое значение первичного твисторного поля и эффективно взаимодействующих. Как следствие, динамически 8-мерное пространство редуцируется к 6-мерному подпространству "комплексного светового конуса" наблюдателя, которое, в свою очередь, сводится к основному 4-мерному пространству-времени и ортогональному пространству 2-сферы, ответственному за спиновые степени свободы. Обсуждаются также новые свойства феномена времени, связанные с его возможной комплексной природой.

Ключевые слова: *бикватернионы, твисторы, бессдвиговые изотропные конгруэнции, частицы-особенности, первичный "предсветовой" поток, поток времени, комплексное пространство-время, комплексный световой конус*

1. ВВЕДЕНИЕ. АЛГЕБРОДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОГРАММА

Статья представляет основные принципы и результаты, полученные в рамках развиваемого автором *алгебродинамического* подхода. Как отмечалось в монографии автора (Кассандров, 1992), целью алгебродинамики является "вывод всех физических уравнений и симметрий из свойств некоторой *фундаментальной (Мировой) алгебраической структуры*". Алгебродинамика представляет собой попытку реализовать (на современном математическом и физическом уровне) идеи Пифагора, Гамильтона, Клиффорда, Дирака о *числах как единственной основе Мира*. В основу алгебродинамики положена исключительная алгебра *кватернионов*, открытая У. Гамильтоном в 1843 году; при этом все физические уравнения и свойства частиц выводятся из *условий дифференцируемости* функций кватернионного переменного, рассматриваемых в алгебродинамике как фундаментальные физические поля.

В отличие от господствующей поныне в теоретическом естествознании прагматической установки на *описание* наблюдаемых и воспроизводимых физических явлений, понимаемая в широком смысле алгебродинамика пытается выяснить *происхождение самих физических законов*, найти тот единый первичный принцип – *Код Природы*, – который определяет как геометрию физического пространства-времени, так и все без исключения свойства материи, и который, возможно, имеет *чисто абстрактную (числовую) природу*.

Общие принципы построения единой физической теории на основе подобной *неопифагорейской* парадигмы в наиболее радикальном и концентрированном виде сформулированы, пожалуй, в работе автора (Кассандров, 2001). Здесь же мы только отметим, что похожие взгляды на существование элементарного ("аминокислотного") Кода, лежащего в основе физической реальности, изложены в изданной посмертно книге В.Я.Фридмана (1996). В некоторых аспектах близкая философия исповедуется и в *теории физических структур* Ю.И.Кулакова (2005), претендующей на вывод основных законов из абстрактных математических свойств *фундаментального отношения* (понимаемого, например, Владимиром (1996) как отношение между состояниями физической системы).

Каким образом и почему именно кватернионы могли бы являться "Мировой" алгеброй, ответственной за наблюдаемую геометрию и физику? Дело в том, что основой комплексного анализа являются условия дифференцируемости Коши-Римана – система линейных дифференциальных уравнений в частных производных, по виду аналогич-

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

ных уравнениям Максвелла и другим, составляющим основу как классической, так и квантовой теории поля. Поэтому можно ожидать, что аналогичные условия в случае 4-х мерной алгебры кватернионов \mathcal{Q} будут исполнять роль естественных уравнений единого "первичного" физического поля, а векторное пространство алгебры \mathcal{Q} (имеющей одну действительную и три мнимых единицы, см. ниже) – выступать в качестве физического пространства-времени.

Однако осуществление подобной программы построения единой кватернионной физики, по существу сформулированной еще самим Гамильтоном и его последователями, встретило ряд трудностей принципиального характера. Оказалось, во-первых, что класс дифференцируемых функций кватернионного переменного, определенных аналогично комплексному случаю, чрезвычайно узок (по существу исчерпывается линейными функциями) и не может служить основой теории поля. Попытки расширения этого класса (Fueter, Lanczos, Иваненко, Imaeda) не были вполне согласованы со структурой кватернионной алгебры и потому не получили развития. В предложенной нами версии кватернионного анализа (Кассандров, 1992; см. там же ссылки на ранние работы) эта проблема получает решение. При этом обобщенные условия Коши-Римана называются *нелинейными* как следствие *некоммутативности* алгебры \mathcal{Q} и могут рассматриваться как уравнения *взаимодействующих* полей.

Другая трудность состоит в том, что отвечающая структуре алгебры \mathcal{Q} положительно определенная евклидова метрика не имеет прямого отношения к метрике пространства Минковского \mathcal{M} , признанной после успеха специальной теории относительности канонической метрикой физического пространства-времени. Всякая теория, основанная на алгебре кватернионов Гамильтона, неинвариантна относительно преобразований Лоренца и представляется поэтому физически неадекватной.

Отсутствие какой-либо "хорошей" (например, ассоциативной) алгебры, соответствующей геометрии Минковского, вообще представляет собой главную трудность алгебродинамической программы. При этом для записи известных уравнений релятивистских полей (Березин и соавт., 1989) широко используется комплексное обобщение кватернионов – алгебра *бикватернионов* \mathcal{B} , изоморфная полной 2×2 матричной алгебре над полем комплексных чисел \mathcal{C} . *Координатное* пространство становится тогда вещественно восьмимерным; однако, ограничивая его до подпространства *эрмитовых* матриц $X = X^+$, будем иметь на этом "срезе" метрику Минковского, задаваемую определителем $\det X$ (заметим, что физические поля при этом остаются *комплексными*, что вполне привычно для теории поля). Такая процедура, автоматически приводящая к

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

лоренц-инвариантной теории, и использовалась до последнего времени в алгебродинамике. Однако очевидно, что это ограничение координатного пространства не отвечает исходной *комплексной* структуре алгебры ***V*** и выглядит непоследовательным.

Комплексное расширение пространства-времени ***CM*** возникает также в общей теории относительности, твисторной геометрии и теории струн. Тем не менее, смысл 4-х дополнительных координат остается неясным. В контексте алгебры ***V*** различные попытки их интерпретации предпринимались в работах В.Я.Фридмана (1996), А.П.Ефремова (Yefremov, 1995a; 1995b) и в нашей работе (Кассандров, 2005). Само по себе 8-мерное пространство играет большую роль в бинарной геометрофизике Ю.С.Владимирова (1987; 1996), а в некоторых работах рассматривается удвоение пространственных (Урусовский, 1996; 1999) или временной (Сахаров, 1984) координат. Новый подход к интерпретации комплексного пространства-времени в рамках бикватернионной алгебродинамики предложен в данной статье.

Ниже в разделе 2 представлены наиболее важные соотношения кватернионного анализа, составляющего основу математического аппарата алгебродинамики. В разделе 3 кратко излагаются главные принципы и результаты алгебродинамической теории поля в пространстве Минковского ("старой" алгебродинамики). Особое внимание уделено *светоподобной* структуре (потoku "Предсвета"), естественно возникающей в теории, тесно связанной с *твисторной геометрией* Р. Пенроуза и играющей роль *релятивистски-инвариантного эфира*. Все материальные образования рассматриваются при этом как фокальные точки или *каустики* предсветового потока.

В разделе 4 рассматривается новая *концепция времени*, возникающая как следствие существования универсального потока Предсвета и имеющая некоторые общие черты с теорией времени Н.А.Козырева (1991). Время рассматривается как параметр универсального непрерывного преобразования координат, сохраняющего значение первичного твисторного поля.

Именно такая трактовка физического времени наряду с рассмотрением корреляций фундаментального поля точечных частиц-сингулярностей – фокальных точек предсветового потока – и позволяет дать последовательную интерпретацию полного 8-мерного координатного пространства алгебры ***V***. В разделе 5 рассматривается динамика ансамбля таких частиц, расположенных на комплексном световом конусе наблюдателя и имеющих общие с ним значения основного твисторного поля. Рассмотрена естественная редукция 6-мерного пространства этого конуса к физическому пространству-времени и ортогональному ему 2-мерному "спиновому" пространству.

2. БИКВАТЕРНИОННЫЙ АНАЛИЗ И АЛГЕБРОДИНАМИКА

В радикальной парадигме \mathbf{B} -алгебродинамики все физические законы предполагается получать только как следствия условий дифференцируемости функций гиперкомплексного переменного (условий типа *Коши-Римана*), играющих роль уравнений первичного физического поля. Заметим, что по аналогии с комплексной алгеброй анализ над коммутативной алгеброй \mathbf{A} (конечномерной, линейной, ассоциативной) может быть построен (G.Sheffers,1893) на основании следующего определения дифференцируемой в \mathbf{A} функции $F: \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}$ аргумента $Z \in \mathbf{A}$ (см., например, Вишнеvский и соавт., 1985):

$$dF = F' * dZ, \quad (1)$$

где $F': \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}$ – вспомогательная функция $F'(Z)$, имеющая в случае алгебр с делением смысл производной функции $F(Z)$, а $(*)$ – операция умножения в \mathbf{A} . Соотношение (1) представляет собой наиболее общую инвариантную (т.е. бескомпонентную, использующую только операции в алгебре) форму связи дифференциалов (линейных частей приращений) аргумента dZ и функции dF .

В случае комплексной алгебры условие (1) эквивалентно системе уравнений Коши-Римана. Действительно, расписывая покомпонентно дифференциалы $dZ = dx + idy$, $dF = du + idv$ и функцию $F' = f' + ig'$, производя умножение в (1) и приравнивая по отдельности действительную и мнимую части, получим

$$du = f'dx - g'dy, \quad dv = g'dx + f'dy,$$

откуда с учетом независимости приращений dx, dy имеем уравнения Коши-Римана

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = f', \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} = g', \quad (2)$$

дифференцируя которые, получаем уравнение Лапласа для компонент $u(x, y)$ и $v(x, y)$ функции $F(Z)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

Однако определение дифференцируемости функций (1) позволяет не только воспроизвести все основные соотношения комплексного анализа, но и построить по аналогии с ним анализ на произвольной ассоциативной коммутативной алгебре, в том числе без деления. Хорошее изложение этих вопросов содержится в монографии (Вишнеvский с

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

соавт., 1985, глава 5). Что же касается наиболее интересного некоммутативного случая, то естественное обобщение условия дифференцируемости (1) на случай *некоммутативных* ассоциативных алгебр (*матричных* алгебр) было предложено автором в 1980 г. и подробно обсуждалось в монографии (Кассандров, 1992), в работах (Kassandrov, 1995; Kassandrov, Rizcalla, 2002), а также во многих других работах автора. Это соотношение имеет следующий инвариантный вид:

$$dF = L * dZ * R . \quad (4)$$

Здесь мы встречаем уже *две* вспомогательные функции $L(Z), R(Z)$ аргумента Z (т.н. левая и правая "полупроизводные" функции $F(Z)$); звездочка теперь обозначает умножение в некоммутативной алгебре \mathcal{A} . При редукции к прежнему случаю *коммутативной* алгебры "полупроизводные" очевидным образом объединяются в обычную "производную" F' основной функции

$$dF = (L * R) * dZ \equiv F' * dZ .$$

Напомним теперь, что исключительная алгебра кватернионов Гамильтона \mathcal{Q} определяется следующей таблицей умножения базисных элементов (e_0 – единичный элемент, $\{e_a\}$, $a = 1, 2, 3$ – три "мнимых" единицы)

$$e_0 * e_a = e_a * e_0 = e_a , \quad e_a * e_b = -\delta_{ab} + \varepsilon_{abc} e_c , \quad a, b, c = 1, 2, 3; \quad (5)$$

(δ_{ab} и ε_{abc} – единичный символ Кронекера и абсолютно антисимметричный символ Леви-Чивита соответственно). Каждому элементу алгебры $q \in \mathcal{Q}$ можно сопоставить неотрицательное число – *норму* $N(q) = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$, удовлетворяющую для $\forall p, q \in \mathcal{Q}$ условию *мультипликативности*

$$N(p)N(q) = N(p * q) .$$

Используя это условие, имеем из соотношения (4)

$$N(dF) = N(L * R)N(dZ) \equiv \Lambda(Z)N(dZ) ,$$

что означает *конформность* отображения $F: \mathbf{E}^4 \rightarrow \mathbf{E}^4$ (с масштабным фактором $\Lambda(Z) > 0$), реализуемого любой функцией, удовлетворяющей условиям дифференцируемости (1). Свойство конформности естественно обобщает аналогичное свойство аналитических функций комплексного переменного.

Однако в евклидовых пространствах размерности $n > 2$ класс конформных отображений, согласно известной *теореме Лиувилля*, весьма узок (в \mathbf{E}^4 – 15-параметрическая группа, включающая "движения", инверсии и растяжение). Поэтому

функций, дифференцируемых в \mathcal{Q} в смысле определения (4), также "очень мало", и они уж никак не могут рассматриваться в качестве физических полей.

Неожиданным образом, ситуация кардинально меняется при комплексном расширении алгебры \mathcal{Q} , т. е. при переходе к алгебре *бикватернионов* \mathbf{B} . В этой алгебре (псевдо)норма элемента становится комплексной, и масштабный фактор $\Lambda(Z)$ в (5) может уже обращаться в нуль, когда "полупроизводные" $L(Z), R(Z)$ принимают значения в классе *делителей нуля* алгебры \mathbf{B} , т.е. когда либо $N(L) = 0$ либо $N(R) = 0$. Такие отображения проектируют произвольные элементы $dZ \in \mathbf{B}$ на *подпространство изотропных элементов* $dF \in \mathbf{B}$: $N(dF) = 0$ и, очевидно, уже не являются конформными; их можно назвать *вырожденными конформными* отображениями. Именно соответствующие им функции \mathbf{B} -переменного и могут рассматриваться, как будет ясно из последующего, в качестве фундаментального физического поля – прообраза известных (спинорных и калибровочных) физических полей.

Будем в дальнейшем использовать привычное матричное представление алгебры \mathbf{B} , при котором $\forall b \in \mathbf{B}$ сопоставляется 2×2 матрица общего вида $\{b_{AB}\}$, $A, B = 1, 2$ с элементами – комплексными числами, $b_{AB} \in \mathbf{C}$. При этом с целью "избавиться" от дополнительных координат и обеспечить релятивистскую инвариантность теории, наложим условие *эрмитовости* на координатную матрицу $Z: Z \rightarrow X = X^+$. А именно, выберем следующее явное представление координат:

$$Z \rightarrow X = \begin{pmatrix} u & w \\ w^* & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+z & x-iy \\ x+iy & t-z \end{pmatrix} = X^+, \quad (6)$$

где координаты u, v вещественные, w, w^* – комплексно сопряженные, а x, y, z, t – декартовы и временная координаты соответственно (скорость света положена равной единице). При этом метрика этого координатного подпространства, представленная *определителем* $\det X = uv - ww^* = t^2 - x^2 - y^2 - z^2$, действительно оказывается метрикой *пространства Минковского* \mathbf{M} .

С учетом ограничения координат на пространство Минковского основное условие дифференцируемости (4) функций \mathbf{B} -переменного принимает вид

$$dF = L * dX * R \quad (7)$$

и, как легко убедиться, инвариантно относительно *преобразований Лоренца*

$$X \rightarrow C * X * C^+, \quad F \rightarrow D^+ * F * D, \quad R \rightarrow D^+ * R * D, \quad L \rightarrow D^+ * L * D,$$

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

где C – любая постоянная матрица с $\det C \neq 0$, D – обратная матрица, $CD = I$. Более подробно симметрии соотношения (7) описаны в работе автора (Кассандров, 1995).

Аналогично случаю комплексной алгебры (см. соотношения (1)-(3)) распишем теперь покомпонентно условие дифференцируемости (7), приравняем коэффициенты при независимых приращениях координат и алгебраически исключим компоненты "полупроизводных" функций. Тогда для каждой матричной компоненты $S = \{F_{AB}\} \in C$ основной B -функции $F(X)$ получим нелинейное лоренц-инвариантное уравнение комплексного эйконала (УКЭ) (Кассандров, 1992)

$$\frac{\partial S}{\partial u} \frac{\partial S}{\partial v} - \frac{\partial S}{\partial w} \frac{\partial S}{\partial w^*} = 0, \quad (8)$$

или в декартовых координатах

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = 0. \quad (9)$$

Таким образом, аналогом уравнения Лапласа в случае алгебры бикватернионов является не волновое линейное уравнение, как можно было бы ожидать, а УКЭ – уравнение "волнового фронта". Причем *нелинейность* этого уравнения является прямым следствием *некоммутативности* алгебры B , явно учитываемой в определении B -дифференцируемых функций (7). С другой стороны, нелинейность УКЭ позволяет всерьез рассматривать эйконал в качестве фундаментального физического поля, а условие дифференцируемости (7) вместе со следующим из него УКЭ – в качестве единственных первичных уравнений поля. Основные результаты построенной на этих положениях бикватернионной теории поля кратко изложены в следующем разделе.

3. АЛГЕБРОДИНАМИКА В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО. "ПРЕДСВЕТ"

Всякое решение условий B -дифференцируемости (7) – основных уравнений алгебродинамики – может быть построено из (одного или нескольких) решений УКЭ (9). С другой стороны, оказывается, что многие известные из физики поля, включая электромагнитное, могут быть определены через *производные* от эйкональной функции по координатам и, на решениях УКЭ, удовлетворяют соответствующим *вакуумным* уравнениям Максвелла, $SL(2, C)$ -Янга-Миллса и др. (Кассандров, 1992; Kassandrov, Rizzalla, 2002). Заметим, что в комплексном случае УКЭ может иметь *статические* реше-

ния, для которых $\partial S / \partial t = 0$ (см., например, решение (15) ниже), что невозможно, как это легко видеть из (9), в случае действительного эйконала.

УКЭ обладает широкой группой симметрий, в том числе конформной, а также уникальной *функциональной инвариантностью* (любая дифференцируемая функция от любого решения УКЭ также является его решением). Более того, в нашей работе (Кассандров, 2002) показано, что *любое* решение УКЭ генерируется *чисто алгебраически* некоторой однородной функцией твисторного аргумента. Понятие *твистора*, тесно связанного с геометрией световых лучей и со структурой уравнений релятивистских полей, было введено Р. Пенроузом (Пенроуз, Риндлер, 1988); ниже необходимые нам сведения излагаются в упрощенной форме.

Твистор можно определить как пару *спиноров* $\{\xi, \tau\}$, связанных линейным соотношением *инцидентности* с координатами пространства Минковского \mathbf{M} , задаваемыми эрмитовой матрицей (6), а именно матричным соотношением $\tau = X\xi$, или в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} \tau^1 \\ \tau^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & w \\ w^* & v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Очевидно, что это соотношение сохраняет свой вид при умножении на произвольную скалярную функцию координат, поэтому фактически независимыми являются только *три* компоненты твистора. Считая, например, компоненту ξ_1 отличной от нуля и определяя отношение $\xi_2 / \xi_1 \equiv G$, находим, что (10) эквивалентно двум уравнениям

$$\tau^1 = u + wG, \quad \tau^2 = w^* + vG, \quad (11)$$

связывающим три компоненты $\{G, \tau^1, \tau^2\}$ *проективного* твистора. Геометрически они определяют комплексное проективное пространство \mathbf{CP}^3 . Будем трактовать набор этих компонент как *твисторное поле*, зависящее от координат на \mathbf{M} . Решая тогда соотношения (11) относительно этих координат при *фиксированных* значениях твисторных компонент, получим для *декартовых* координат

$$x_a = x_a^0 + \eta_a t, \quad \eta = \{\eta_a\} = \frac{1}{(1 + GG^*)} \{(G + G^*), -i(G - G^*), (1 - GG^*)\}, \quad \eta^2 = 1, \quad (12)$$

где $a = 1, 2, 3$, величины x_a^0 простым образом выражаются через три компоненты твистора, а единичный *вектор направления* η однозначно определяется только основной

комплексной функцией G . Что касается временной координаты, то она остается произвольной и выступает в качестве свободного параметра (см. ниже).

Соотношение (12) имеет следующий смысл. Сколь сложным бы ни было распределение твисторного поля в пространстве в некоторый момент времени (например, при $t = 0$), его *временная* динамика весьма проста и универсальна. А именно, начальное значение всех компонент $\{G, \tau^1, \tau^2\}$ в любой точке пространства $\{x_a^0\}$ *переносится без изменений* вдоль локальных прямолинейных направлений-лучей, определяемых вектором η , "распространяясь" вдоль них с *фундаментальной скоростью* (скоростью света $c = 1$).

Хорошим аналогом процесса "переноса" поля служит распространяющаяся в вакууме *электромагнитная волна* общего вида: ее электромагнитное поле также переносится со скоростью света вдоль лучей – локально определенных направлений, перпендикулярных поверхностям *волнового фронта*. Поскольку эти поверхности, как хорошо известно, описываются именно решениями уравнения эйконала, можно предполагать, что все решения УКЭ обладают *твисторной структурой* и описанной выше универсальной симметрией поля.

И действительно, как уже было отмечено, в нашей работе (Kassandrov, 2002) была явно описана твисторная структура УКЭ и с ее помощью предъявлена релятивистски-инвариантная форма *общего решения* УКЭ, включающего, как выяснилось, два взаимно сопряженных класса. А именно, каждая *пара* сопряженных решений УКЭ генерируется некоторой функцией $\Pi(G, \tau^1, \tau^2)$ трех компонент проективного твистора следующим образом.

Пусть $\Pi = 0$, т.е. три твисторных компоненты функционально связаны между собой, что геометрически соответствует выбору некоторой *поверхности* в CP^3 . Используя соотношение инцидентности (11), представим уравнение этой поверхности как уравнение относительно одного неизвестного G , а именно

$$\Pi(G, \tau^1, \tau^2) = \Pi(G, u + wG, w^* + vG) = 0, \quad (13)$$

разрешая которое, получим некоторое (вообще говоря, многозначное) *поле* $G = G(u, v, w, w^*) \equiv G(x, y, z, t)$. Прямым дифференцированием (13) нетрудно убедиться, что для *любой* функции Π и любой непрерывной ветви ("моды") решения полученная функция G тождественно удовлетворяет УКЭ, представляя тем самым первый (основной) класс его решений. Этот класс решений УКЭ известен в теории гравитации, поскольку для каждой такой G совокупность соответствующих ей согласно *Феномен и ноумен времени. Т. 2 (2), 2005. С. 94-123 _____ страница 10 из 30*

(12) локальных направлений η образует пучок прямолинейных светоподобных лучей (т.н. *изотропную геодезическую конгруэнцию лучей*) особого вида, а именно *бессдвиговую* конгруэнцию. Мы не будем подробно останавливаться здесь на понятии *сдвига* и обсуждать геометрию бессдвиговых конгруэнций. Для дальнейшего важно лишь отметить, что *всякая* бессдвиговая конгруэнция может быть получена из некоторой генерирующей твисторной функции Π вышеописанным методом (это утверждение составляет содержание т.н. *теоремы Керра* (Debney et al., 1969)).

Интересно, что всякая функция G , полученная из условия Керра (13), удовлетворяет, помимо УКЭ, также и линейному волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} = 0.$$

Производные от функции G по координатам, через которые, как отмечалось выше, определяются ассоциированные с конгруэнцией электромагнитное и янгмиллсовское поля (а также *поле кривизны* эффективной римановой метрики, определяемой в теории гравитации через бессдвиговые изотропные конгруэнции), обращаются в бесконечность в точках ее *ветвления*, определяющихся условием

$$\dot{\Pi} \equiv \frac{d\Pi}{dG} = \frac{\partial\Pi}{\partial G} + w \frac{\partial\Pi}{\partial\tau^1} + v \frac{\partial\Pi}{\partial\tau^2} = 0. \quad (14)$$

Разрешая последнее относительно G и подставляя результат в (13), получим *уравнение формы и движения особенностей* $\Pi(x, y, z, t) = 0$. Нетрудно снова проверить дифференцированием, что *любая* полученная такой несложной процедурой функция $\Pi(x, y, z, t)$ удовлетворяет УКЭ, представляя тем самым второй класс его решений. В нашей работе (Kassandrov, 2002) показано, что *всякое* решение УКЭ (вместе со своим "сопряженным") может быть получено из некоторой генерирующей твисторной функции $\Pi(x, y, z, t)$ одним из двух вышеуказанных алгебраических способов.

Важно, что особенности сопоставляемых основному полю калибровочных полей, как и поля кривизны эффективной *римановой метрики*, определяются *одним и тем же* условием $\Pi(x, y, z, t) = 0$ и совпадают в пространстве и времени. Поэтому в контексте алгебродинамики естественно определить частицу как *общее геометрическое место особых точек* всех сопоставляемых основному полю G (через его производные) "физических" полей, как единый *источник* всех этих полей.

Для дальнейшего приведем пример фундаментального статического решения УКЭ, которое соответствует производящей функции следующего вида:

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

$$\Pi = \tau^1 G - \tau^2 + 2iaG = (wG + u)G - (vG + w^*) + 2iaG = wG^2 + 2\hat{z}G - w^*,$$

где $z = (u - v)/2$, $\hat{z} = z + ia$, $a = \text{Const} \in \mathbf{R}$. Статичность решения следует из того, что временной параметр $t = (u + v)/2$ не входит в определяющее G уравнение $\Pi = 0$, разрешая которое находим две моды

$$G = \frac{w^*}{\hat{z} \pm \hat{r}} \equiv \frac{x + iy}{z + ia \pm \sqrt{x^2 + y^2 + (z + ia)^2}} \equiv (tg^{\pm 1} \theta) e^{i\varphi}, \quad (15)$$

геометрически отвечающие *стереографической проекции* $S^2 \rightarrow C$ сферы на комплексную плоскость, из южного и северного полюсов соответственно. Причем каждая из двух мод решения (15) удовлетворяет как УКЭ, так и волновому уравнению.

Сингулярность соответствующих (15) электромагнитного и других полей отвечает точкам ветвления (15) и определяется условием $\hat{r} = 0$. Отделяя действительную и мнимую части, находим следующее условие на форму сингулярного множества:

$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = a^2. \quad (16)$$

Таким образом, сингулярность имеет вид *кольца* радиуса a или, в предельном случае $a = 0$, является *точечной*. В последнем случае электромагнитное поле, сопоставляемое решению (15), оказывается, как и следовало ожидать, *кулоновским*, причем электрический заряд фиксирован по модулю ($q = \pm 1$ для первой и второй мод соответственно). Эффективная риманова метрика, отвечающая этому решению, для обеих мод совпадает и является одной из основных в общей теории относительности метрик – метрикой заряженного точечного источника *Райсснера-Нордстрема*. В случае $a \neq 0$ имеем соответственно поле и метрику, в точности соответствующие решению "с вращением" *Керра-Ньюмена* в ОТО, причем электромагнитное поле имеет уже магнитную составляющую, а электрический заряд по-прежнему равен "элементарному". С другой стороны, "керровское кольцо" удивительным образом обладает гиромангнитным отношением, соответствующим частице спина $s = \hbar/2$. Многие авторы (Carter, Lopes, Burinkii, Newman, Kassandrov, Rizcalla et al.) пытались поэтому интерпретировать это решение в качестве *модели электрона*. Разного рода преобразования симметрии и обобщения этого решения рассматривались в работах А.Я.Буринского (1980; Burinskii, 2003), В.В.Кассандрова и Дж.А.Ризкалла (Kassandrov, Rizcalla, 2002) и других авторов.

Общая теорема квантования заряда частиц-сингулярностей в бикватернионной алгебрадинамике была доказана в работах (Кассандров, 2000; Kassandrov, 2004) и представляет собой один из первых фундаментальных результатов этой теории (поскольку в ортодоксальной теории поля электрический заряд квантуется "руками", и как *Феномен и ноумен времени*. Т. 2 (2), 2005. С. 94-123 _____ страница 12 из 30

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

кие-либо объяснения факта существования *элементарного* электрического заряда отсутствуют). При этом изолированные "частицеподобные" сингулярности, как правило, представляют собой замкнутые кривые ("струны"), и лишь в особых случаях (например, при наличии аксиальной симметрии) могут быть точечными или являются 2-поверхностями ("мембранами"). Эти образования демонстрируют нетривиальную динамику, включающую перестройки, "аннигиляцию" и т.п., и имеют некоторые характеристики, присущие реальным частицам (элементарный электрический заряд, дираковское гироманнитное отношение и др.). Примеры бессдвиговых конгруэнций, соответствующих им полей и их сингулярной структуры приведены в работах В.В.Кассандрова и В.Н.Тришина (Kassandrov, Trishin, 1999), В.В.Кассандрова (2004) и др.

Таким образом, структура первичных уравнений – условий ***B***-дифференцируемости (7) – приводит к самосогласованной концепции частиц как общих сингулярностей системы ассоциированных полей. При этом регулярная часть полевых функций сама предопределяет как положение частиц-сингулярностей, так и их временную эволюцию. Такие поля могут быть чрезвычайно сложными, иметь особенности (полюса, точки ветвления), в том числе быть *многозначными*. Однако вышеописанная процедура ("теорема Керра") позволяет в принципе найти его для любого решения *чисто алгебраически*. Возможность *без интегрирования* получать чрезвычайно сложные решения уравнений УКЭ, Максвелла и Янга-Миллса представляет собой одно из наиболее привлекательных свойств, специфичных только для данного подхода. Другой его особенностью является, конечно же, существование для любого решения фундаментальной "предсветовой" структуры – бессдвиговой изотропной конгруэнции прямолинейных "лучей", соответствующих полю комплексного эйконала.

Действительно, если вид полей η и G в фиксированный момент времени, как и *пространственное* расположение и форма их особенностей, может быть чрезвычайно сложным, то эволюция этих полей *во времени* вполне определяется процессом "переноса" поля G вдоль η , рассмотренным выше. С другой стороны, ассоциированные с конгруэнцией лучей электромагнитное и другие поля вовсе не всегда локально "переносятся" вместе с первичным полем G , поскольку определены через *производные* от G . Именно поэтому в теории и могут существовать заряженные частицеподобные образования, в том числе покоящиеся или движущиеся с досветовыми скоростями, являющиеся *фокальными точками (каустиками)* фундаментальной конгруэнции лучей. Действительно, особенности конгруэнции определяются тем же условием (14), что и

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

сингулярности электромагнитного и других полей, соответствующие их источникам-частицам.

По существу все "материальные" образования, возникающие в алгебродинамике, имеют "световую" природу, генерируются фундаментальной светоподобной конгруэнцией лучей, первичным *потоком Предсвета* (Кассандров, 2001; 2004). Этот первичный поток сам по себе не проявляет себя в обычных условиях. Наблюдатель воспринимает лишь "уплотнения" этого потока, его *фокальные* точки, да и сам состоит из них. При этом *видимый свет* также представляет собой множество специального вида частиц-каустик, движущихся вместе с порождающим их первичным потоком Предсвета. Примеры решений с такого рода "фотоноподобной" структурой сингулярного множества приведены в работах В.В.Кассандрова и В.Н.Тришина (Kassandrov, Trishin, 1999); В.В. Кассандрова (2004) и др.

Предсветовой поток может рассматриваться как исключительная релятивистски-инвариантная форма *Мирового Эфира*, одинакового во всех инерциальных системах отсчета и, в отличие от старых моделей эфира (как среды, в которой *распространяется* видимый свет), самого *сформированного* светом невидимым, первичным – Предсветом.

На самом деле возникающая картина еще более интересна и впечатляюща. Дело в том, что типичная комплексная функция, описывающая первичное поле G (и получающаяся из решения алгебраического уравнения), *многозначна*. Естественно предположить, что для сверхсложного *Мирового решения* количество значений поля G – физических "мод" – в каждой точке или очень велико, или даже бесконечно (соответствующие элементарные примеры таких функций хорошо известны из комплексного анализа). Каждая из мод определяет некоторый "предсветовой" луч, т.е. локальное направление η , вдоль которого она переносится с фундаментальной скоростью. Таким образом, в каждой точке имеется очень большое, если не бесконечное, число различных лучей, локально независимых и не влияющих друг на друга, но глобально связанных между собой через единую структуру многозначного комплексного поля G . Первичный предсветовой поток оказывается при этом состоящим из огромного числа составляющих "субпотоков", представляя собой их прямую *суперпозицию*. Каждая пара таких субпотоков глобально формирует, вообще говоря, свою систему частиц-каустик. Заметим, что интересный пример конгруэнции, имеющей *четыре* моды и демонстрирующей нетривиальную динамику частиц-каустик, описан в нашей работе (Кассандров, 2004).

4. КОНЦЕПЦИЯ ВРЕМЕНИ: ПОТОК ВРЕМЕНИ КАК ПОТОК ПРЕДСВЕТА

В представленной выше релятивистски-инвариантной версии алгебродинамики *время* может, вообще говоря, рассматриваться совершенно аналогично специальной теории относительности. Однако существование фундаментальной структуры генерирующего потока Предсвета на самом деле выделяет локально, в каждой точке 4-мерного пространства *особое направление*, вдоль которого первичное "эфирообразующее" поле G переносится без изменений, т.е. с 4-мерной точки зрения постоянно. Координата (монотонно возрастающий параметр) вдоль этих прямолинейных направлений-лучей и может естественным образом рассматриваться как прообраз локального физического времени, а перенос поля G с фундаментальной скоростью вдоль этих направлений (в 3-х мерной картине) – как *ход времени*. Предсветовой поток становится в таком случае еще и *Потоком Времени*.

Понятия Потока Времени и скорости хода времени, столь же естественные с субъективной точки зрения, как и представления о *течении времени*, о *Реке Времени* и т.п., на самом деле вообще игнорируются в парадигме ортодоксальной физики, включая СТО и ОТО. По-видимому, впервые они были введены в научное рассмотрение выдающимся русским мыслителем, физиком и астрономом Н.А.Козыревым в рамках созданной им *причинной механики* (Козырев, 1991). В частности, *скорость хода времени* c_2 он определял как

$$c_2 = \delta x / \delta t,$$

рассматривая δx и δt как разность соответственно пространственных и временных координат *между следствием* (т.е. некоторым событием 2) *и породившей его причиной* (событием 1). Из работ Козырева не очень ясно, считал ли он, что локальный процесс распространения причинного влияния из данной точки имеет место по *всем*, по *некоторым* или по одному *единственному* направлению. Во всяком случае, саму скорость хода c_2 он рассматривал как фундаментальную величину, аналогичную скорости света c , и даже пытался определить ее экспериментально (связывая течение времени с некоторым внутренним микро- и/или макро- вращательным движением). В различных работах приводятся разные значения скорости c_2 от 700 км/с до 2000 км/с. (Козырев, 1991, с.367; с.382). Нам трудно оценить эти эксперименты с точки зрения методики постановки; однако, что касается общей концепции, они представляются малоубедительными.

Действительно, многие положения концепции Козырева, например о "превращение времени в энергию", вообще представляются спорными и послужили одной из причин неприятия его теории официальной наукой. Во введенной в предыдущей формуле скорости хода времени тоже имеется некоторая противоречивость, поскольку она определяется через приращение самого времени δt . На наш взгляд, недоказательными являются и его аргументы в пользу того, что скорость c_2 не может быть отождествлена со скоростью света c (согласно Козыреву, эти величины имеют разные трансформационные свойства относительно пространственной и временной инверсий). Тем не менее, значение теории Н.А.Козырева представляется несомненным: он первым попытался дать количественный анализ и на математическом языке описать реальные, всеми воспринимаемые свойства времени, одним из первых попытался рациональным путем *понять природу Времени*.

В изложенной выше бикватернионной алгебродинамике процесс распространения причинного влияния становится однозначно определенным и связан с переносом первичного поля G вдоль локально определяемых им самим направлений η . Скорость хода времени постоянна и является фундаментальной константой, но, в отличие от теории Козырева, равна скорости света в вакууме ("скорости Предсвета"). Действительно, нет никаких оснований вводить новую мировую константу c_2 , роль которой идеально выполняется уже имеющейся и определяющей релятивистскую инвариантность теории скоростью света. Таким образом, мы имеем здесь

$$c_2 \equiv c \cong 300000 \text{ км / с.}$$

Заметим, что с такой точки зрения в *теории Ньютона феномена времени как такового нет* (даже "абсолютного времени"). Возможность введения физического времени возникает лишь в эйнштейновской теории относительности, парадоксальным образом дополненной концепцией эфира, однако эфира особого, формируемого потоком Предсвета и релятивистски-инвариантного.

Какие же свойства времени могут быть поняты в рамках предлагаемой его концепции как Потока Предсвета? На самом деле, понятие времени "диалектически" сочетает в себе две противоположности, будучи связано как с *изменчивостью*, так и с *повторяемостью*, с сохранением определенного набора свойств и характеристик физической системы. В нашей концепции именно *локальная абсолютная повторяемость* свойств первичного поля – генератора всей физической материи – является основной, в то время как изменчивость оказывается вторичной. Можно попытаться даже дать *определение Времени*:

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

Физическое Время – это особая координата (параметр, степень свободы) вдоль локально определенного в каждой точке 4-мерного пространства направления, вдоль которого единое первичное поле остается постоянным ("воспроизводит" свои значения).

Время существует лишь постольку, поскольку в природе существует такого рода поле, генерирующее всю физическую материю, и соответствующее ему поле направлений. Заметим еще, что с 3-мерной точки зрения слова о "постоянстве поля" следует поменять на формулировку о "распространении", о "переносе" поля вдоль выделенных направлений с постоянной и универсальной скоростью.

Остановимся теперь на вопросе о *направленности* времени (в смысле его направленности в 3-х мерном пространстве, а не в смысле необратимости). Как мы уже отмечали, у Козырева этот вопрос хотя и был поставлен, но убедительного ответа не получил. Действительно, если в каждой точке имеется *одно* единственное направление причинно-следственного (временного) потока, то почему мы не определяем его субъективно и почему не видно каких-то его физических манифестаций? Если же таких направлений *несколько*, то чем они определяются? И одинакова ли скорость распространения причинно-следственных связей в разных направлениях?

В нашем подходе ответы на все эти вопросы могут быть даны с известной долей достоверности и связаны с обсуждавшейся выше *многозначностью* первичного потока Предсвета, отождествленного выше с потоком Времени. Следует предполагать, что в каждой точке существует очень большое (или даже бесконечное) количество мод и равное им количество направлений, вдоль которых соответствующая мода переносится. Необходимо учитывать также, что "предсветовая река" в окрестности каждой точки существенно нестационарна и даже *стохастична*. Действительно, если каждый фиксированный "световой элемент" движется с фундаментальной скоростью прямолинейно, вдоль постоянного направления, то замещающие его в данной точке элементы будут иметь уже другие направления распространения. Иначе говоря, в каждой точке будет наблюдаться стохастическая динамика локальной структуры первичного потока, хаотическое "мигание" поля направлений и множества предсветовых лучей.

По этим причинам очевидно, что и *Поток Времени локально не имеет какого-либо фиксированного направления*, которое можно было бы попытаться непосредственно выявить в эксперименте. С другой стороны, все составляющие его субпотoki, распространяющиеся в локально различных и непрерывно изменяющихся направлениях, имеют одну и ту же по величине фундаментальную скорость – "скорость Предсвета". Именно с ее постоянством и универсальностью, по нашему предположению, и связано

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

субъективное ощущение равномерности и однородности хода Времени, его общности для всех объектов во Вселенной.

Вернемся теперь к вопросу о соотношении воспроизводимости и изменчивости как фундаментальных свойств времени. На самом деле, положенная нами выше в основу определения времени локальная абсолютная воспроизводимость первичного поля является просто некоторым усилением свойства интегральной (глобальной) воспроизводимости, т.е. *сохранения во времени* определенного набора величин (полной энергии, импульса, заряда и др.), характеризующих физическую систему. Хорошо известно, что *законы сохранения* (наряду с принципами симметрии, связанными с ними через теорему Нетер) составляют наиболее общую и важную часть любой физической теории и, насколько мы понимаем, окружающего мира в целом. Эти законы действительно выделяют временную координату, поскольку двигаясь в пространственноподобном направлении, мы не будем, как правило, наблюдать сохранения каких-либо характеристик физической системы, даже интегральных. Наша концепция Времени заменяет определяющее его условие *глобальной* воспроизводимости (сохранения) на более жесткое условие *локальной* повторяемости, которое имеет универсальный характер, т.е. выполняется для любой моды и любой выбранной начальной точки пространства.

Что касается наблюдающейся *изменчивости* окружающего мира во времени, то она оказывается здесь вторичной, и ее происхождение имеет характер "двойного калейдоскопического" эффекта, когда из сочетаний одинаковых предэлементов выстраивается некоторое число "деталей", в свою очередь образующих неповторимое число различных комбинаций за счет изменения относительного положения в пространстве. В нашем случае чрезвычайно простая и универсальная по внутреннему строению "Река Предсвета-Времени" в местах слияния различных составляющих ее субпотоков образует некоторый набор стандартных (тождественных по внутренним характеристикам) частиц-каустики, которые в свою очередь могут образовывать сложные конфигурации за счет изменения относительного расположения. Причем эти "световые вихри" могут находиться в покое или изменять взаимное расположение, а "Река Предсвета-Времени" непременно *течет*, течет *везде и всегда*.

В заключение обсудим многочисленные связи, существующие, по нашему мнению, между концепцией Времени в алгебродинамике и теорией *генерирующих потоков* А.П.Левича (Левич, 1996; 2000; см. статью А.П.Левича в этой книге) а также концепцией И.М.Дмитриевского (Дмитриевский, 2000; см. статью И.М.Дмитриевского в этой книге). Действительно, в представлении А.П.Левича, как и в алгебродинамической парадигме, определяющую роль играют заряды-сингулярности как точки "истоков" и

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

"стоков" первичного генерирующего потока. "Заряды частиц есть динамические характеристики потоков, источниками которых являются частицы", – пишет А.П.Левич (1996, с. 279). Нам близка также его гипотеза о ходе времени как *процессе* постоянной замены *тождественных "первозлементов"* (аналогичного процессу типа "бегущей строки") и о процессе подсчета замещающихся первозлементов как о модели первичных часов. Однако эти представления, в остальном хорошо согласующиеся с нашей картиной частиц-каустик, "обтекаемых" Поток Предсвета-Времени, и по существу являющихся первичными часами, по-видимому, требуют *дискретной* структуры потока.

Действительно, хотя механизм *формирования* самой частицы-каустики непрерывным генерирующим потоком вполне определен, процесс *восприятия* скорости хода Времени (как счета "предсветовых" элементов) осложнен непрерывной структурой потока и его предматериальной природой. Как раз в понимании этого процесса важную роль могут сыграть представления И.М.Дмитриевского о фундаментальной роли *реликтового излучения*. При этом Поток Времени предстает уже как вполне материальная сущность, и его носителем являются, по мнению Дмитриевского, *реликтовые нейтрино* (по-видимому, в качестве носителя возможно рассматривать также обычный поток реликтовых фотонов; при этом возникают многочисленные пересечения с интенсивно развивающейся *стохастической электродинамикой*). Такой вторичный поток в алгебрадинамике вовсе не запрещен: он мог бы прекрасно сосуществовать с основным потоком Предсвета-Времени и состоять из "моря" частиц-каустик, двигающихся в окрестности каждой точки в различных, хаотически распределенных направлениях, но *вместе с первичным Поток, с одной и той же фундаментальной скоростью*. Выше отмечалось уже, что такого рода решения, которые можно пытаться отождествить с фотонами или с нейтрино, были получены в нашей работе (Кассандров, 2004).

Интересно, что в таком случае *субъективно воспринимаемая* скорость хода времени является *усредненной* величиной, может не совпадать с фундаментальной скоростью, быть разной в разных областях Вселенной и, вообще говоря, меняться "со временем". Это становится очевидным, если считать, что данная скорость связана с процессом счета "приходящих" в точку наблюдения предэлементов, роль которых выполняют при этом реликтовые нейтрино или фотоны.

Пока, разумеется, все подобные рассуждения носят спекулятивный характер, однако именно в алгебрадинамическом подходе открывается возможность детального количественного анализа таких сложных процессов. Путь к нему лежит через описание структуры *индивидуальной* частицы и решение проблемы *классификации* частиц, а

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

также через более глубокое изучение геометрии 8-мерного (расширенного) пространства-времени, возникающей как следствие структуры алгебры бикватернионов, и решение проблемы физической интерпретации "лишних" измерений. К обсуждению этих вопросов, позволяющих также по-новому посмотреть на изложенные выше представления о природе времени, мы и переходим ниже.

5. ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В КОМПЛЕКСНОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ И ЗНАЧЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В поисках физического смысла 4-х дополнительных измерений, определяемых комплексной структурой алгебры \mathbf{B} , полезным оказывается представление о "виртуальном" точечном заряде, движущимся по комплексной мировой линии. Оно было предложено Е.Т.Ньюменом (Lind, Newman, 1974; Newman, 2002; 2004) в связи с поисками решений уравнений Эйнштейна и Эйнштейна-Максвелла и в общем контексте исследований комплексного расширения пространства-времени и комплексификации физических (в том числе электромагнитных) полей (Newman, 1973).

Рассмотрим воображаемый точечный заряд, движущийся по комплексной "мировой линии" $Z_a = \check{Z}_a(\sigma)$, где $\{Z_a\}$, $a = 1, 2, 3$ – три "пространственные" комплексные координаты, σ – комплексное "время". Пусть этот заряд непрерывно "испускает" прямолинейные "светоподобные" лучи, т.е. некоторое поле (у нас – поле G), распространяющееся по "комплексным" прямым от заряда с фундаментальной скоростью c . Рассмотрим теперь *ограничение* этого поля (и соответствующего ему поля направлений η , см. (12)) на действительный "срез" этого 4-мерного комплексного пространства, т.е. на пространство Минковского M . Тогда на этом "срезе" возникает конгруэнция лучей именно рассмотренного выше вида – *бессдвиговая* изотропная конгруэнция, – и соответствующие ей особенности-каустики.

В простейшем случае, если генерирующий заряд q покоится в "Зазеркалье" на расстоянии a от физического "среза" M , на нем возникает хорошо известная в общей теории относительности двузначная "закрученная" конгруэнция Керра с особенностью в виде кольца радиуса a , соответствующая решению (15). В ОТО и в прежней версии алгебродинамики это кольцо рассматривалось в качестве модели электрона.

Однако неясно, как с помощью данного представления можно получить решения с *большим числом* точечных или устойчивых кольцевых особенностей, поскольку *Феномен и ноумен времени. Т. 2 (2), 2005. С. 94-123 _____ страница 20 из 30*

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

принцип суперпозиции выполняется только для электромагнитных полей, порождаемых этими особенностями, но не для самих конгруэнций. Более того, конгруэнция, генерируемая "зарядом-маткой", движущимся по комплексной кривой *общего вида*, имеет на M , как правило, неустойчивые и/или неограниченные в 3-мерном пространстве особенности "струнного" типа (Кассандров, 2005).

Таким образом, основная проблема состоит в том, чтобы найти возможность построения бессдвиговых конгруэнций с очень большим (или даже бесконечным) числом *изолированных, ограниченных* в 3-мерном пространстве и (с точностью до перестроек-взаимопревращений) *устойчивых* особенностей. Для этого следует попытаться найти обобщение представления "заряда-матки" Ньюмена. В недавней работе автора (Кассандров, 2005) с этой целью в качестве частиц рассматривались особенности более "сильного" типа, чем каустики, а в качестве физического "среза" – пятимерное пространство-время, получаемое *комплексификацией физического времени*. Этот подход позволяет получить на таком пятимерном "срезе" систему устойчивых точечных сингулярностей-частиц ("маркеонов"), в то время как дополнительная пятая координата остается постоянной вдоль каждого из лучей конгруэнции и не вносит вклада в наблюдаемую метрику, остающуюся 4-мерной метрикой Минковского.

Однако такой подход, по-видимому, является недостаточным, поскольку вид взаимодействия между близко расположенными маркеонами не имеет универсального характера (частицы не "чувствуют" присутствие друг друга). Кроме того, скорость маркеонов может превышать скорость света ("тахсионное" поведение). Наконец, с точки зрения общих алгебродинамических представлений, всякое допущение или ограничение, не мотивированное внутренней математической структурой, в том числе и ограничение 8-мерного пространства алгебры B 5-мерным "срезом", является крайне нежелательным. Ниже мы представляем другой подход, использующий уже полную структуру комплексного пространства-времени.

Вернемся к представлению Ньюмена и предположим, что "Мировое решение" отвечает именно одной из таких бессдвиговых конгруэнций, которые генерируются движущимся в CM точечным "зарядом-маткой". В матричном виде эта "Мировая линия" (вообще говоря, чрезвычайно сложного вида) имеет вид $Z = \check{Z}(\sigma)$, где четыре комплексные координаты $\{\check{Z}_{AB}\}$, $A, B = 1, 2$ зависят от одного свободного комплексного параметра σ (аналога собственного времени, см. ниже).

Рассмотрим теперь произвольную точку $Z \in CM$ и потребуем, чтобы "световой сигнал" приходил в эту точку от "заряда-матки" в каком-то его положении, отвечаю-

щем некоторому значению параметра σ . Математически это означает, что "точка приема" Z и "точка влияния" $\check{Z}(\sigma)$ лежат на "комплексном световом конусе" друг от друга,

$$\det || Z - \check{Z}(\sigma) || = 0. \quad (17)$$

Это, в свою очередь, означает, что существует нетривиальное решение линейной системы уравнений

$$(Z - \check{Z}(\sigma))\xi = 0, \quad (18)$$

определяющее отношение двух компонент спинора ξ , например, как и прежде, функцию $G = \xi_2 / \xi_1$. При этом G , как и две другие твисторные компоненты $\tau = Z\xi \equiv \check{Z}(\sigma)\xi$ оказываются одинаковыми в каждый "момент времени" σ в "точке приема" и в "точке влияния". Именно существование таких корреляций и должно обеспечить универсальный вид взаимодействия между различными зарядами.

В развернутом виде два уравнения (18) выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} (u - \check{u}(\sigma)) + (w - \check{w}(\sigma))G = 0, \\ (p - \check{p}(\sigma)) + (v - \check{v}(\sigma))G = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Здесь $\{u, w, p, v\}$ – комплексные матричные координаты, определяемые вместе с "декартовыми" следующим образом:

$$Z = \begin{pmatrix} u & w \\ p & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_0 - iz_3 & -iz_1 - z_2 \\ -iz_1 + z_2 & z_0 + iz_3 \end{pmatrix} = z_0 + z_a e_a, \quad (20)$$

где $\{e_a\}, a = 1, 2, 3$ – три "кватернионные" единицы с законом умножения (5). При этом между тремя твисторными компонентами $\{G, \tau^1, \tau^2\}$ и свободным параметром имеются, очевидно, две связи

$$\begin{cases} \tau^1 = \check{u}(\sigma) + \check{w}(\sigma)G \\ \tau^2 = \check{p}(\sigma) + \check{v}(\sigma)G \end{cases} \quad (21)$$

Исключая из (21) параметр σ , приходим к некоторой функциональной связи между твисторными компонентами $\Pi(G, \tau^1, \tau^2) = 0$. Это, в свою очередь, в соответствии с теоремой Керра (см. (13), раздел 3) означает, что построенное (для генерирующего "заряда-матки",двигающегося по произвольной комплексной Мировой линии) твисторное поле действительно определяет некоторую бессдвиговую изотропную конгруэнцию. Наоборот, подстановка τ^1, τ^2 из (21) тождественно обращает в нуль функцию Π при произвольном значении поля G . Это означает, что для любой моды фундаментальной Феномен и ноумен времени. Т. 2 (2), 2005. С. 94-123 _____ страница 22 из 30

ного поля его значение в точке нахождения самого заряда *не определено*, что очевидно также и из самих уравнений (19).

С геометрической точки зрения, каждый комплексный луч бессдвиговой конгруэнции для любой из мод направлен по прямой к *вершине* светового конуса, т.е. "от" или "к" заряду, который поэтому может рассматриваться как *фокальная точка* системы комплексных предсветовых лучей. В качестве иллюстрации уместно вспомнить статическое "кулоновское" решение (15) с неопределенным на точечной сингулярности полем G и с радиальной системой лучей конгруэнции.

Исключая теперь само поле G из уравнений (19), возвращаемся к уравнению комплексного светового конуса (17), которое в развернутом виде выглядит следующим образом:

$$(u - \check{u}(\sigma))(v - \check{v}(\sigma)) - (w - \check{w}(\sigma))(p - \check{p}(\sigma)) = 0, \quad (22)$$

или, в комплексных декартовых координатах, определенных в (20), как

$$(z_0 - \check{z}_0)^2 + (z_1 - \check{z}_1)^2 + (z_2 - \check{z}_2)^2 + (z_3 - \check{z}_3)^2 = 0. \quad (23)$$

Вообще говоря, для пространства Минковского это уравнение хорошо известно в теории поля, в том числе в электродинамике, как *уравнение запаздывания*. В действительных декартовых координатах на M оно принимает вид

$$c^2(t - s)^2 - (x - \check{x}(s))^2 - (y - \check{y}(s))^2 - (z - \check{z}(s))^2 = 0, \quad (24)$$

где выбрана параметризация $\check{t}(\sigma) = s \in \mathbf{R}$, а заряд движется по действительной мировой линии $\{\check{x}(s), \check{y}(s), \check{z}(s)\}$. Из уравнения (24) находится "прошедший" момент времени s и отвечающее ему "предшествующее" положение заряда, которое и определяет электромагнитное поле (т.н. *поле Лиенара-Вихерта*) в точке наблюдения $\{x, y, z, t\}$. В курсе электродинамики доказывается, что (для частиц, движущихся со скоростями, меньшими скорости света) в пространстве Минковского уравнение (24) всегда имеет только один "физический" корень, для которого $s \leq t$ (другой корень, для которого $s \geq t$, определяющий "опережающее" воздействие, как правило, отбрасывают по соображениям "причинности"). В частности, для точки, принадлежащей траектории заряда, имеем, очевидно, лишь тривиальное решение $s = t$ (время запаздывания равно нулю).

Ситуация кардинально меняется и становится совершенно нетривиальной в комплексном пространстве-времени. Действительно, при достаточно сложной мировой линии одного заряда для *каждой* точки приема уравнение (22) или (23) имеет *много*

комплексных корней, фиксирующих (для виртуального "наблюдателя" в *СМ*) целую совокупность точек влияния, т.е. *образов* одного и того же заряда-матки, определяющих поле в данной точке и воспринимающихся поэтому "наблюдателем" как *ансамбль тождественных, но различных по положению и динамике зарядов*.

Можно посмотреть на ту же ситуацию и с другой точки зрения. Поместим точку наблюдения на мировую линию заряда, т.е. положим $Z = \check{Z}(\check{\sigma})$, где, вообще говоря, $\check{\sigma} \neq \sigma$. Тогда в комплексном случае для каждого σ уравнение (22) имеет, кроме тривиального $\check{\sigma} = \sigma$, еще много других решений. Мы опять, таким образом, приходим к совокупности "образов" одного и того же заряда, воспринимаемых теперь уже *движущимся вместе с одним из зарядов наблюдателем* в качестве ансамбля тождественных, но различно расположенных точечных зарядов, взаимно влияющих друг на друга. Ниже для краткости будем называть его *коррелированным ансамблем* (КА). Причем, как было показано выше, все члены КА представляют собой фокальные точки фундаментальной конгруэнции комплексных лучей.

Каждое значение параметра σ и соответствующего ему положения генерирующего заряда $\check{Z}(\sigma)$ отвечает фиксированному по отношению к нему положению остальных зарядов КА и с точки зрения "наблюдателя σ " *соответствует одному и тому же моменту его собственного времени*. При этом другие члены КА обладают, по мнению "наблюдателя σ ", другими значениями (комплексного) собственного времени $\check{\sigma}$, которые могут соответствовать точкам Мировой линии, как *будущим*, так и *прошлым* по отношению к (*текущему*) моменту σ . Вся "временная" динамика связана с *непрерывным изменением этого параметра вдоль некоторой комплексной кривой* (пока естественно предполагать ее *аналитической*). При этом члены КА – образы "генерирующего заряда" – могут двигаться как навстречу ему вдоль Мировой линии, так и в том же, что и он, направлении. Попытное во времени движение может, по-видимому, быть ответственно за описание *античастиц*, поскольку при этом в некоторый момент σ может произойти слияние такого заряда с движущимся в нормальном направлении – *аннигиляция* зарядов (этот момент соответствует *кратным корням* уравнения конуса (22)).

Как и в действительном случае, параметризуем теперь Мировую линию таким образом, чтобы $\check{z}_0(\sigma) \equiv \check{t}(\sigma) = \sigma$. Тогда эта (комплексная) *координата* генерирующего заряда, отождествленная с *параметром эволюции* σ , также может быть интерпретирована как его (комплексное) *собственное время*. Причем поскольку все другие члены КА двигаются, как мы предположили, по *одной и той же Мировой линии*, то *изменение*

значения характеризующих их положение параметров $\Delta\tilde{\sigma}$ хотя и будет отличаться друг от друга и от исходного $\Delta\sigma$, тем не менее, тоже будет равно изменению значений $\Delta\tilde{z}_0$ соответствующей каждому из зарядов координаты $\tilde{z}_0 \equiv \tilde{t}$. Мы приходим, таким образом, к выводу о том, что именно нулевая координата (являющаяся одним из инвариантов координатной матрицы – ее следом) может рассматриваться как параметр эволюции КА (и соответствующего ему поля) и выступать аналогом *собственного времени* как "частицы-наблюдателя", так и всех остальных "воспринимаемых" им образов-частиц. Ниже будут приведены и другие соображения в пользу такого вывода.

Предположим теперь, что Мировая линия наблюдателя (и соответственно, всех его образов) является *изотропной*,

$$\Delta z_0^2 + \Delta z_1^2 + \Delta z_2^2 + \Delta z_3^2 = 0, \quad (25)$$

что означает, что все заряды движутся в **СМ** со скоростью, по модулю равной скорости света. Отметим, что кинематика и динамика в 3+3 пространстве, основанная на предположении об *изотропности* мировых линий всех точечных частиц в этом пространстве и приводящая к лоренц-инвариантным соотношениям при *проектировании* на "физическое" 3-мерное пространство, рассматривалась в серии работ И.А.Урусовского (1996; 1999 и др.). Заметим также, что изотропные комплексные кривые соответствуют *кривым в твисторном пространстве $\mathbb{C}P^3$* и могут быть получены из них с помощью специального отображения (Shaw, 1985).

Рассмотрим теперь естественную редукцию полного комплексного пространства **В** к *физическому* пространству-времени. Естественно предположить, что как координаты, так и приращения координат *всех элементов материи*, влияющих на "наблюдателя" и "воспринимаемых" им, на самом деле *принадлежат комплексному световому конусу* наблюдателя. Выделяя действительную и мнимую часть в комплексном уравнении для приращений (25), имеем пересечение двух "квадрик" вида

$$\Delta x_0^2 + \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 = \Delta y_0^2 + \Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \Delta y_3^2 \equiv \Delta t^2, \quad (26)$$

$$\Delta x_0 \Delta y_0 + \Delta x_1 \Delta y_1 + \Delta x_2 \Delta y_2 + \Delta x_3 \Delta y_3 = 0 \quad (27)$$

между приращениями координат $\Delta z_0 = \Delta x_0 + i\Delta y_0$, $\Delta z_a = \Delta x_a + i\Delta y_a$, $a = 1, 2, 3$ и, согласно (22), аналогичные связи между самими координатами "образов" относительно "наблюдателя". В соответствии с (26,27), комплексный световой конус имеет топологию $\mathbf{R} \times \mathbf{S}^3 \times \mathbf{S}^2$ и параметризуется одной неотрицательной координатой (4-мерным евклидовым расстоянием Δt), тремя координатами 3-мерной сферы \mathbf{S}^3 и двумя коор-

динатами ортогонального к ней в соответствии с (27) пространства 2-мерной сферы S^2 (например, двумя углами Эйлера).

Естественно рассматривать метрику (26) основного 4-мерного евклидова пространства, совпадающую с метрикой ортогонального ему пространства, в качестве промежутка *координатного времени* Δt . Координаты $\{x_1, x_2, x_3\}$ (и соответствующие их приращения) образуют при этом 3-мерное физическое пространство, а Δx_0 , как уже было отмечено, играет роль промежутка *собственного времени*. Наконец, две независимые угловые координаты ортогонального пространства сферы S^2 могут рассматриваться как внутренние, описывающие *направление спина* точечной сингулярности.

Группой симметрий (*автоморфизмов*) алгебры \mathbf{B} является 6-параметрическая группа вращений 3-мерного комплексного пространства $SO(3, \mathbf{C})$, изоморфная группе Лоренца (отметим в этой связи концепцию *3-мерного времени* А.П.Ефремова (Yefremov, 1995a; 1995b и др.)). При преобразованиях из этой группы компонента Δz_0 (а, следовательно, и Δx_0) не меняется, поэтому условие (26) можно рассматривать как определение *инвариантного интервала пространства-времени Минковского*

$$\Delta x_0^2 = \Delta t^2 - \Delta x_1^2 - \Delta x_2^2 - \Delta x_3^2 \quad (28)$$

Отметим, что 4-мерное евклидово пространство с физическим временем в качестве метрики, играющим роль *параметра* движения, предлагалось в качестве альтернативы пространству Минковского в серии интересных работ Дж.М.К.Монтануса (Montanus, 1999 и др.) и Дж.Б.Альмейды (Almeida, 2004 и др.). Однако именно структура автоморфизмов алгебры \mathbf{B} обеспечивает инвариантность "интервала", отождествляемого с промежутком собственного времени Δx_0 .

Обсудим теперь подробнее комплексную природу "времени", возникающего в теории. "Ход" времени, определяющий изменение координат "образов" относительно "наблюдателя", связан с непрерывным изменением параметра σ *вдоль некоторой комплексной кривой* $\sigma = \sigma(s)$, $s \in \mathbf{R}$. В качестве параметра кривой s может быть, например, использована *длина* этой кривой; тогда для приращений имеем, очевидно, $(\Delta s)^2 = (\Delta \sigma_1)^2 + (\Delta \sigma_2)^2$, где $\sigma_1 = \Re(\sigma)$, $\sigma_2 = \Im(\sigma)$. Именно изменение вещественного параметра s и является первопричиной всей динамики в картине мира, фиксируемой "наблюдателем". При этом соотношение между промежутками собственного времени наблюдателя $\Delta x_0 = \Delta \sigma_1$ и "внутреннего" собственного времени $\Delta y_0 = \Delta \sigma_2$

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

зависит, помимо Δs , еще и от конкретного вида основной *кривой эволюции* $\sigma = \sigma(s)$.

В свою очередь, эти промежутки, согласно (26), связаны с 3-мерными скоростями движения частицы в основном (\mathbf{v}) и ортогональном (\mathbf{u}) пространствах и с промежутком (общего для обоих пространств) координатного времени Δt следующим, каноническим для теории относительности, образом:

$$\Delta x_0 = \Delta t \sqrt{1 - v^2}, \quad \Delta y_0 = \Delta t \sqrt{1 - u^2},$$

причем уменьшению модуля основной скорости v всегда сопутствует увеличение "сопряженной" скорости u и наоборот. Разумеется, в соответствии с (26) обе скорости никогда не могут превышать по модулю фундаментальную скорость $c = 1$.

Таким образом, относительное расположение всех элементов "материи" во Вселенной и его изменение (динамика) с точки зрения "материального" наблюдателя, связанного с одной из точечных частиц-сингулярностей, полностью определяются собственной Мировой линией этого наблюдателя $Z = Z(\sigma)$ в 8-мерном комплексном пространстве и видом кривой эволюции $\sigma = \sigma(s)$, обусловленной *комплексной природой времени*. Эта кривая связывает динамику в основном пространстве с динамикой в ортогональном ему (с физической точки зрения, соответствующей *изменению направления спина* частиц), вносит элемент *неопределенности* в непосредственно наблюдаемое относительное движение частиц в основном пространстве и поэтому может оказаться ответственной за проявления квантовых свойств частиц. С другой стороны, Мировая линия наблюдателя сама по себе порождает ансамбль тождественных частиц – "образов" первичного "заряда-матки" в разных точках собственной траектории – с коррелированным движением и взаимодействием, определяемыми одинаковыми значениями первичного твисторного поля.

Более подробное рассмотрение кинематики и динамики частиц на фоне комплексного пространства алгебры бикватернионов будет продолжено в следующих работах. Представляется, что именно исследование комплексной кватернионной геометрии (наряду с работами Сахарова, Монтануса, Альмейды, Урусовского и др.), позволит установить истинную геометрию физического пространства-времени (даже в основе отличную, возможно, от геометрии Минковского), выяснить динамический и геометрический смысл дополнительных размерностей и природу физических взаимодействий. Основным руководящим принципом исследования при этом должно быть неуклонное следование естественной логике исследуемых абстрактных структур, логике, не подверженной каким-либо субъективным предпочтениям или господствующим в настоящее время в физике парадигмам. Только на таком пути можно рассчитывать на глубо-

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

кое проникновение в подлинную структуру физического Мира и на понимание природы Времени в том числе.

Автор признателен участникам семинара по изучению феномена времени и его руководителю А.П.Левичу за постоянную поддержку и интерес к работам. Он благодарен В.Н.Журавлеву, С.В.Зуеву, В.Н.Тришину и Л.С.Шихобалову за полезные обсуждения и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

БЕРЕЗИН А.В., Курочкин Ю.А., Толкачев Е.А. Кватернионы в релятивистской физике. Минск: Наука. 1989. 247с.

БУРИНСКИЙ А.Я. Струны в метриках Керра-Шилда // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Вып.11. Ред. К.П. Станюкович. М: Атомиздат. 1980. С.47–60.

ВЛАДИМИРОВ Ю.С. Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий. М.: Изд-во МГУ. 1987. 215с.

ВЛАДИМИРОВ Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Части I, II. - М.: Изд-во МГУ. 1996. 140с.; 1998. 448с.

ВИШНЕВСКИЙ В.В., ШИРОКОВ А.П., ШУРЫГИН В.В. Пространства над алгебрами. Казань: Изд-во КГУ. 1985. 345с.

ДМИТРИЕВСКИЙ И.М. Новая фундаментальная роль реликтового излучения в физической картине мира // Полигнозис. 2000. №1. С. 38–59.

КАССАНДРОВ В.В. Алгебраическая структура пространства-времени и алгебродинамика. М.: Изд-во Университета дружбы народов. 1992. 152с.

КАССАНДРОВ В.В. Алгебродинамика: кватернионы, твисторы, частицы // Вестник РУДН. Физика. 2000. Т.8. №1. С. 34–45; www.gordon.ru

КАССАНДРОВ В.В. Число, время, свет // Математика и практика. Математика и культура. Вып.2. Ред. М.Ю.Симаков. М.: Самообразование. 2001. С. 61–76. www.chronos.msu.ru; www.gordon.ru

КАССАНДРОВ В.В. Алгебродинамика: "Предсвет", частицы-каустики и поток времени // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2004. Т.1. №1. С.91–107; www.chronos.msu.ru; www.gordon.ru

КАССАНДРОВ В.В. Алгебродинамика: кватернионный код Вселенной. // Сборник трудов семинара "Метафизика". Ред. Ю.С.Владимиров. М.: Бином. 2005 (в печати).

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

КОЗЫРЕВ Н.А. Избранные труды. Л.: Изд-во ЛГУ. 1991. 445с.

КУЛАКОВ Ю.И. Теория физических структур. М.: Юниверс Контракт. 2005. 847с.

ЛЕВИЧ А.П. Время как изменчивость естественных систем. Способы количественного описания изменений и порождение изменений субстанциональными потоками // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. Ред. А.П.Левич. М.: Изд-во МГУ. 1996. С. 235–288.

ЛЕВИЧ А.П. Рождение парадигмы открытого, генерируемого "временем" Мира // Теоретические проблемы экологии и эволюции. Тольятти. 2000. С. 103–113.

ПЕНРОУЗ Р., РИНДЛЕР В. Спиноры и пространство-время. Т. II: Спинорные и твисторные методы в геометрии пространства-времени. М.: Мир. 1988. 574с.

САХАРОВ А.Д. Космологические переходы с изменением сигнатуры метрики // ЖЭТФ. 1984. Т.87. С. 375–383.

УРУСОВСКИЙ И.А. Шестимерная трактовка релятивистской механики и спина, метрической теории тяготения и расширения Вселенной // Зарубежная радиоэлектроника. 1996. № 3. С.3–21.

УРУСОВСКИЙ И.А. Шестимерная трактовка кварковой модели нуклонов // Зарубежная радиоэлектроника. 1999. №6. С. 64–74.

ФРИДМАН В.Я. Теория кентавров и структура реальности. М.: П-Центр. 1996. 192с.

ALMEIDA J.B. An alternative to Minkowski space-time // Preprint. 2004. www.arXiv.org/gr-qc/0104029.

BURINSKII A.Ya. Complex Kerr geometry and nonstationary Kerr solutions // Physical Review D. 2003. V.67. P.12024-12027.

DEBNEY G., KERR R.P., SCHILD A. Solutions of the Einstein and Einstein-Maxwell equations // Journal of Math. Physics. 1969. V.10. P.1842–1856.

KASSANDROV V.V. Biquaternionic electrodynamics and Weyl-Cartan structure of space-time // Gravitation & Cosmology. 1995. V.1. № 3. P.216–222; www.arXiv.org/gr-qc/0007027

KASSANDROV V.V., TRISHIN V.N. "Particle-like" singular solutions in Einstein-Maxwell theory and in algebraic dynamics // Gravitation & Cosmology. 1999. V.5. №4. P.272–276; www.arXiv.org/gr-qc/0007026

KASSANDROV V.V. General solution of the complex eikonal equation and the "algebrodynamical" field theory // Gravitation & Cosmology. 2002. V.8. Suppl.2. P.57–62; www.arXiv.org/math-ph/0311006

KASSANDROV V.V., RIZCALLA J.A. Particles as field singularities in the unified algebraic dynamics // Geometrical and topological ideas in modern physics. Ed. V.A. Petrov. Protvino: Institute for high energy physics. 2002. P.199–212.

В.В. Кассандров: Предсвет, время, материя

KASSANDROV V.V. Singular sources of Maxwell fields with self-quantized electric charge.

// Has the last word been said on classical electrodynamics? Eds. A. Chubykalo, V. Onoochin, A. Espinoza, R. Smirnov-Rueda. Rinton Press. 2004. P.42–67;

www.arXiv.org/physics/0308045

LIND R.W., NEWMAN E.T. Complex Lienard-Wiechert potentials // Journal of Math. Physics. 1974. V.15. P.1103–1114.

MONTANUS J.M.C. Proper time physics. // Hadronic Journal. 1999. V.22. P.625-673.

NEWMAN E.T. Maxwell's equations and complex Minkowski space // Journal of Math. Physics. 1973. V.14. P.102–103.

NEWMAN E.T. Classical, geometric origin of magnetic moments, spin-angular momentum, and the Dirac gyromagnetic ratio // Physical Review D. 2002. V.65. P.104005-104018;
www.arXiv.org/gr-qc/0201055

NEWMAN E.T. Maxwell fields and shear-free null geodesic congruences // Classical and Quantum Gravity. 2004. V.21. P.1-25.

SHAW W.T. Twistors, minimal surfaces and strings // Classical and Quantum Gravity. 1985. V.2. P.L113-L119.

SCHEFFERS G. Verallgemeinerung der Grundlagen der gewöhnlichen komplexen Funktionen. Berichte Sachs. Acad. Wissen. 1893. Bd. 45. P. 828 - 842.

YEFREMOV A.P. Quaternionic relativity.I. Inertial motion // Gravitation & Cosmology. 1995a. V.2. № 1. P.77–83.

YEFREMOV A.P. Quaternionic relativity.II. Non-inertial motion // Gravitation & Cosmology. 1995b. V.2. № 4. P.335–341.